მათემატიკური მოდელირება

რეალური ცხოვრებისეული პრობლემა

მოდელირება →

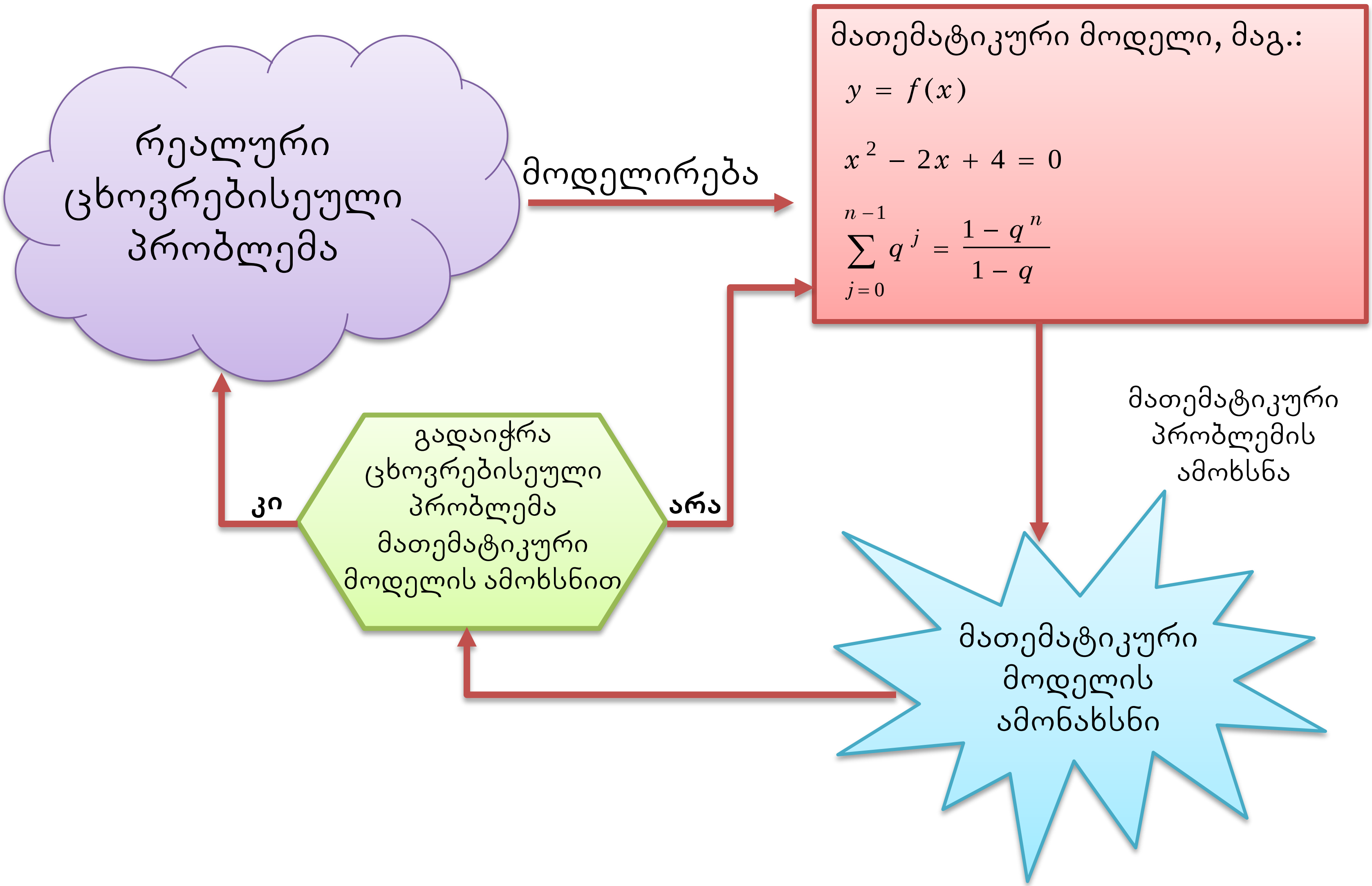
მათემატიკური მოდელი, მაგ.:

$$y = f(x)$$

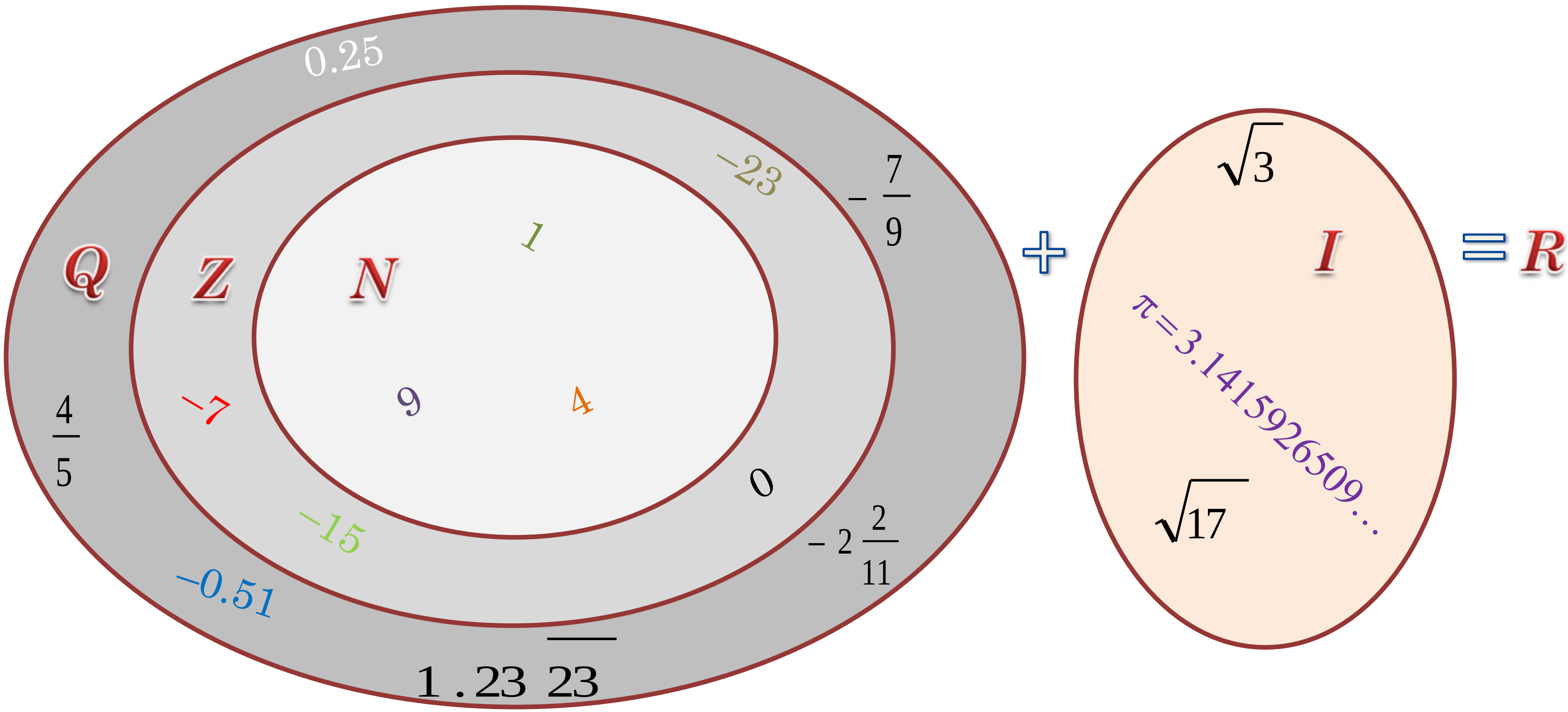
$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

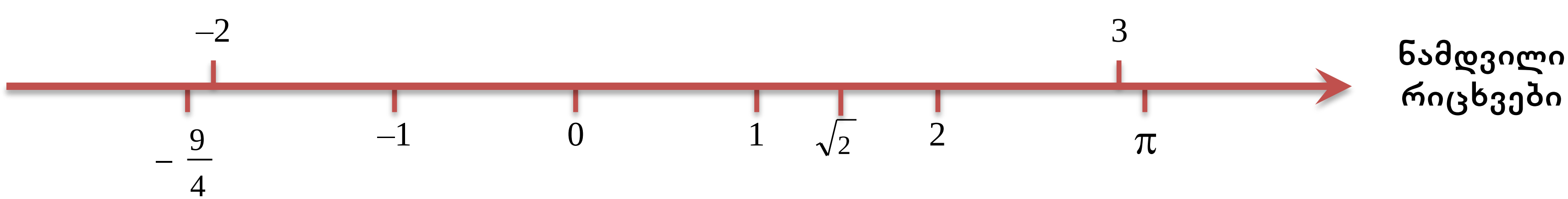
$$\sum_{j=0}^{n-1} q^j = \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

მათემატიკური მოდელირება



რიცხვითი სიმრავლეები





შეკრების თვისებები

ჩაკეტილობა: $x+y$ შეესაბამება ერთადერთი ელემენტი $\boldsymbol{R}$-დან.

ასოციაციურობა: $x + y = y + x$

კომუტატიურობა: $(x + y) + z = x + (y + z)$

იგივეობა: 0 წარმოადგენს ადიტიურ იგივეობას: $0 + x = x + 0 = x$

ინვერსიურობა: ნებისმიერი $x \in R$ -სთვის, არსებობს ერთადერთი **მოპირდაპირე** სიდიდე $-x$ ისეთი, რომ $x + (-x) = (-x) + x = 0$

რიცხვებს შორის **სხვაობა** **(9 – 5)** განიხილება, როგორც პირველი რიცხვის ჯამი მეორე რიცხვის მოპირდაპირესთან **(9 + (– 5) = 4).**

ნამრავლის თვისებები

ჩაკეტილობა: $x \cdot y$ შეესაბამება ერთადერთი ელემენტი $\boldsymbol{R}$-დან.

ასოციაციურობა: $x \cdot y = y \cdot x$

კომუტატიურობა: $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$

იგივეობა: 1 წარმოადგენს მულტიპლიკაციურ იგივეობას: $1 \cdot x = x \cdot 1 = x$

ინვერსიურობა: ნებისმიერი $x \in R$ -სთვის, სადაც $x \neq 0$, არსებობს ერთადერთი **შებრუნებული** სიდიდე $\frac{1}{x}$ ისეთი, რომ $x \cdot \left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{x}\right) \cdot x = 1$

შერეული თვისება

დისტრიბუციულობა: $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$ და $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$

რიცხვებს შორის **გაყოფა** **(15 : 3)** განიხილება, როგორც პირველი რიცხვის ნამრავლი მეორე რიცხვის შებრუნებულთან $15 \cdot \frac{1}{3} = 5$.

ვთქვათ x და y ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვებია

- $-(-x) = x$
- $x \cdot (-y) = -(x \cdot y) = (-x) \cdot y$
- $(-x) \cdot (-y) = x \cdot y$
- $-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}$, სადაც $y \neq 0$
- $\frac{-x}{-y} = \frac{x}{y}$, სადაც $y \neq 0$
- $0 \cdot x = x \cdot 0 = 0$
- $\frac{0}{y} = 0$, სადაც $y \neq 0$
- თუ $x \cdot y = 0$, აქედან გამომდინარეობს, რომ ან $x = 0$, ან $y = 0$, ან $x = y = 0$
- 0-ზე გაყოფა არ განიმარტება.

ყურადღება – ტიპიური შეცდომები:

- $-6 \cdot (2 - 4) \neq -6 \cdot 2 - 6 \cdot 4$
- $3 - (4 + 2) \neq 3 - 4 + 2$
- $3 \cdot 4 + 5 \neq 3 \cdot 9$

მოქმედებების მიმდევრობები

ეტაპები	$\frac{2\cdot(-1-3)}{4}+5$	კომენტარი
1	$-1-3=-4$	ვასრულებთ მოქმედებას ფრჩხილებს შიგნით
2	$2\cdot(-4)=-8$	გამრავლება წინ უსწრებს ჯამს
3	$\frac{-8}{4}=-2$	წილადის ხაზი ითვლება გაყოფის ნიშნად: ჯერ გამოვთვალოთ წილადები
4	$(-2)+5=3$	ვღებულობთ შედეგს

წილადები და ათწილადები

წილადი

წილადი ეწოდება $\frac{a}{b}$ განაყოფს, სადაც a და b მთელი რიცხვებია, და თან $b \neq 0$.

a-ს ეწოდება **მრიცხველი**, ხოლო b-ს – **მნიშვნელი**.

რიცხვზე გამრავლება

$f \cdot \frac{a}{b} = \frac{f \cdot a}{b} \rightarrow$ რიცხვის წილადზე **გამრავლება** ხდება f რიცხვის მრიცხველზე გამრავლების საშუალებით.

$$2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$0 \cdot \frac{1}{11} = \frac{0}{11} = 0$$

$$2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$$

$$(-3) \cdot \frac{2}{11} = \frac{-6}{11} = -\frac{6}{11}$$

ნულისაგან განსხვავებულ რიცხვზე გაყოფა

$\frac{a}{b} \div f = \frac{a}{b \cdot f} \rightarrow$ წილადის რიცხვზე **გაყოფა** ხდება $f \neq 0$ რიცხვის მნიშვნელზე გამრავლების საშუალებით.

$$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4} \qquad \frac{2}{11} \div (-3) = \frac{2}{11 \cdot (-3)} = \frac{2}{-33} = -\frac{2}{33}$$

$$\frac{3}{7} \div 2 = \frac{3}{7 \cdot 2} = \frac{3}{14} \qquad \frac{7}{13} \div 2 = \frac{7}{13 \cdot 2} = \frac{7}{26}$$

წილადების ექვივალენტობა

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow$ ორი უკვეცი წილადი ერთმანეთის **ექვივალენტურია**, მაშინ და მხოლოდ ამაშინ, როცა $a = c$ და $b = d$.

1. $\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \rightarrow x = 3$ და $y = 4$
2. $\frac{2a}{3b} = \frac{8}{51} \rightarrow 2a = 8 \rightarrow a = 4$ და $3b = 51 \rightarrow b = 17$
3. $\frac{-4}{3x} = \frac{2y}{15} \rightarrow -4 = 2y \rightarrow y = -2$ და $3x = 15 \rightarrow x = 5$

წილადების შეკვეცა

$$\frac{f\cdot a}{f\cdot b}=\frac{a}{b}\rightarrow$$

წილადი ტოლობის მარჯვენა მხარე **შეკვეცება** საერთო f კოეფიციენტზე (საერთო გამყოფზე), წილადის მრიცხველისა და მნიშვნელის f კოეფიციენტზე გაყოფით.

წილადების გაფართოება

$$\frac{a}{b}=\frac{f\cdot a}{f\cdot b}\rightarrow$$

წილადი ტოლობის მარჯვენა მხარე **გაფართოვდება** საერთო f კოეფიციენტზე, წილადის მრიცხველისა და მნიშვნელის f კოეფიციენტზე გამრავლებით.

1. $\frac{12}{14}=\frac{2\cdot 6}{2\cdot 7}=\frac{6}{7}$
2. $\frac{24}{42}=\frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 3}{2\cdot 3\cdot 7}=\frac{2\cdot 2}{7}=\frac{4}{7}$
3. $\frac{-45}{-72}=\frac{(-1)\cdot 3\cdot 3\cdot 5}{(-1)\cdot 3\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 2}=\frac{5}{8}$

1. $\frac{4}{7}=\frac{11\cdot 4}{11\cdot 7}=\frac{44}{77}$
2. $\frac{0.5}{1.5}=\frac{2\cdot(0.5)}{2\cdot(1.5)}=\frac{1}{3}$
3. $\frac{-1.7}{2.3}=-\frac{10\cdot(1.7)}{10\cdot(2.3)}=-\frac{17}{23}$

წილადების გამრავლება

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}\rightarrow$$

ორი წილადის **ნამრავლი** მიიღება მრიცხველების ერთმანეთზე და მნიშვნელების ერთმანეთზე გამრავლებით.

1. $\frac{1}{3}\cdot\frac{7}{11}=\frac{1\cdot 7}{3\cdot 11}=\frac{7}{33}$

2. $\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{4}{7}=\frac{(-3)\cdot 4}{5\cdot 7}=\frac{3\cdot 4}{(-5)\cdot 7}=-\frac{12}{35}$

3. $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)=-\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 7}=-\frac{15}{56}$

წილადების გაყოფა

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}\rightarrow$$

ორი წილადის **განაყოფი** მიიღება პირველი წილადის მეორე წილადის შებრუნებულზე გამრავლებით.

1. $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}=\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{5}=\frac{2\cdot 7}{3\cdot 5}=\frac{14}{15}$

2. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{9}}=\frac{3}{4}\cdot\frac{9}{5}=\frac{27}{10}$

3. $\left(-\frac{4}{7}\right)\div\left(\frac{-6}{14}\right)=\left(-\frac{4}{7}\right)\cdot\left(-\frac{14}{6}\right)=\frac{4\cdot 14}{7\cdot 6}=\frac{4\cdot 2\cdot 7}{7\cdot 2\cdot 3}=\frac{4}{3}$

მარტივი და შედგენილი რიცხვები

ნატურალურ რიცხვს ეწოდება **მარტივი**, თუ მას მხოლოდ ორი გამყოფი აქვს (1 და თვით ეს ნატურალური რიცხვი). მაგ: 2, 3, 5, 7, 11, 13 და ა.შ.

ნატურალურ რიცხვს ეწოდება **შედგენილი**, თუ მას ორზე მეტი გამყოფი აქვს. მაგ: 4, 6, 9, 15, 21, 54 და ა.შ.

რიცხვი **1** არ არის არც მარტივი და არც შედგენილი, რადგან მას მხოლოდ ერთი გამყოფი აქვს (1).

რიცხვის დაშლა მარტივ მამრავლებად

ნებისმიერი შედგენილი რიცხვი შეიძლება წარმოვადგინოთ მარტივი რიცხვების ნამრავლის სახით.

მაგ:

42	2
21	3
7	7
1	

70	2
35	5
7	7
1	

165	3
55	5
11	11
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

ორი რიცხვის უმცირესი საერთო ჯერადი

ორი რიცხვის **საერთო ჯერადი** ეწოდება რიცხვს, რომელიც მოცემულ რიცხვებზე იყოფა უნაშთოდ. ხოლო საერთო ჯერადებს შორის უმცირესს **უმცირესი საერთო ჯერადი** (უ.ს.ჯ.) ეწოდება.

მაგ: 6-ისა და 4-ის საერთო ჯერადებია 12, 24, 36, 48, 60, 72 და ა.შ. ხოლო უმცირესი საერთო ჯერადი 12-ის ტოლია.

ორი რიცხვის უმცირესი საერთო ჯერადი რომ ვიპოვოთ:

1. რიცხვები დავშალოთ მარტივ მამრავლებად;
2. უ.ს.ჯ. იქნება ყველა იმ მარტივ მამრავლთა ნამრავლი, რომლებიც წარმოად-გენს ერთ-ერთ რიცხვის მარტივ მამრავლებს (დანაშალს), და შევსებულია მეორე რიცხვის განსხვავებული და /ან დამატებითი მამრავლებით.

მაგ: ვიპოვოთ 18-ის და 24-ის უ.ს.ჯ.;

$$\begin{array}{r|l} 18 & \underline{2} \\ 9 & 3 \\ 3 & \underline{3} \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & \underline{2} \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & \underline{3} \\ 1 & \end{array}$$

უ.ს.ჯ. $= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 72$

ვიპოვოთ 105-ის და 90-ის უ.ს.ჯ.

$$\begin{array}{r|l} 105 & \underline{3} \\ 35 & \underline{5} \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & \underline{3} \\ 15 & 3 \\ 5 & \underline{5} \\ 1 & \end{array}$$

უ.ს.ჯ. $= 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 = 630$

პირველი რიცხვიდან ვიღებთ **ყველა თანამამრავლს**, **მეორედან — მოუნიშნავს.**

საერთომნიშვნელიანი წილადების შეკრება და გამოკლება

$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b} \rightarrow$ ორი საერთომნიშვნელიანი წილადის **შესაკრებად (გამოსაკლებად)**, უნდა შევკრიბოთ (გამოვაკლოთ) წილადების მრიცხველები, მნიშვნელი უცვლელად დავტოვოთ.

1. $\frac{3}{5} + \frac{8}{5} = \frac{11}{5}$

2. $-\frac{7}{11} + \frac{3}{11} + \frac{-2}{11} = \frac{-7+3-2}{11} = -\frac{6}{11}$

3. $\frac{2}{5} - \left(-\frac{8}{5}\right) = \frac{2-(-8)}{5} = \frac{2+8}{5} = \frac{10}{5} = 2$

სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადების შეკრება და გამოკლება

$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot (s \div b)}{s} \pm \frac{c \cdot (s \div d)}{s} \rightarrow$ ორი სხვადასხვამნიშვნელიანი წილადის შეკრების (გამოკლების) დროს, უნდა მოვძებნოთ მნიშვნელების **უ.ს.ჯ.** და წილადები ისე გავაფართოოთ, რომ **უ.ს.ჯ.** მათ მნიშვნელებს წარმოადგენდეს (**გავაერთმნიშვნელიანოთ**) და შემდეგ შევკრიბოთ.

$s = LCD$

1. $\frac{7}{12} - \frac{5}{18} = \frac{7 \cdot 3}{36} - \frac{5 \cdot 2}{36} = \frac{21 - 10}{36} = \frac{11}{36}$

2. $\frac{7}{15} + \frac{11}{12} - \frac{15}{20} = \frac{7 \cdot 4}{60} + \frac{11 \cdot 5}{60} - \frac{15 \cdot 3}{60} = \frac{21 + 55 - 45}{60} = \frac{31}{60}$

წილადების ტოლობა ჯვარედინა გადამრავლებით

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow$ წილადები **ტოლია**, მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $a \cdot d = c \cdot b$. ამ ოპერაციას ხშირად **ჯვარედინა გადამრავლებას** უწოდებენ. a, b, c და d რიცხვებს შორის დამოკიდებულებას ხშირად პროპორციულ დამოკიდებულებასაც უწოდებენ.

1. $\frac{2x}{7} = \frac{1}{4}y \rightarrow 2 \cdot 4x = 1 \cdot 7y \rightarrow 8x = 7y$
2. $-\frac{3x}{5y} = -\frac{4}{5} \rightarrow -5 \cdot 3x = -4 \cdot 5y \rightarrow 3x = 4y$
3. $\frac{-3}{8y} = \frac{4}{-5z} \rightarrow -3 \cdot (-5)z = 4 \cdot 8y \rightarrow 15z = 32y$

წესიერი და შერეული წილადები

წილადს ეწოდება **წესიერი** თუ მისი მნიშვნელი მეტია მრიცხველზე, ანუ

$\frac{a}{b}$ წილადი წესიერია, თუ $b > a$.

თუ $a \geq b$, მაშინ წილადს ეწოდება **შერეული**.

შერეული წილადიდან მთელი ნაწილის გამოყოფა

შერეული წილადი ყოველთვის შეიძლება წარმოვადგინოთ მთელი და წილადი ნაწილის სახით (სადაც მთელი ნაწილი მთელი რიცხვია, ხოლო წილადი ნაწილი წესიერი წილადია):

$\frac{a}{b} = i + \frac{c}{b}$, სადაც $a > b$ და $c < b$.

ათწილადები

$$247 = 2\cdot 100 + 4\cdot 10 + 7\cdot 1$$

რიცხვში შემავალი ციფრების ყველა თანამამრავლი წარმოადგენს 10-ის ხარისხს 10^0, 10^1, 10^2 და ა.შ. ყოველ მომდევნო თანრიგს შეესაბამება 10-ის 1-ით მეტი ხარისხის მაჩვენებელი.
თუკი 10^0 -დან საწინააღმდეგო მიმართულებით წავალთ, ანუ ხარისხებს შევამცირებთ ერთით 10^{-1}, შემდეგ 10^{-2} და ა. შ. ჩანაწერში 10-ის უარყოფითი ხარისხები გამოიყოფა 10-ის არაუარყოფითი ხარისხებიდან ათწილადის წერტილით:

$$0.247 = \frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000} = \frac{200}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{7}{1000} = \frac{247}{1000}$$

ამ რიცხვებს ეწოდებათ **ათწილადები.** მათ ჩასაწერად ზოგიერთ ქვეყანაში (ანგლოსაქსური ქვეყნები...) გამოიყენება წერტილი, ზოგიერთში (გერმანია, საქართველო...) გამოიყენება მძიმე.

წილადის ათწილადად გარდაქმნისათვის მრიცხველი უნდა გავყოთ მნიშვნელზე:

$\frac{1}{4} = 0.25$ **სასრული ათწილადი**

$\frac{1}{3} = 0.33\bar{3}$ **პერიოდული ათწილადი**

$\pi = 3.141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 643\ 383\ \ldots$ **არაპერიოდული ათწილადი**

პროცენტები

პროცენტებზე ამოცანებში, ძირითადად, სამი ცვალებადი სიდიდე მონაწილეობს. **ბაზისი** (***b***), **ბაზისის ნაწილი** (***x***) და **ბაზისის ნაწილის შესაბამისი პროცენტი** (***p***). მათ შორის პროპორციული დამოკიდებულება არსებობს. ამ პროპორციული დამოკიდებულების გარკვევა გაგვიადვილებს პროცენტებზე ამოცანების ამოხსნას:

$b \rightarrow 100\,\%$

$x \rightarrow p\%$

რაც მათემატიკურად ასე ჩაიწერება $\frac{b}{x} = \frac{100\,\%}{p\%}$

საიდანაც შეგვიძლია თითოეული სიდიდის დანარჩენი სიდიდეებით განსაზღვრა:

ვიპოვოთ 160(***b***)-ის 25%(***p***):

$$x = b \cdot \frac{p\%}{100\,\%} \rightarrow x = 160 \cdot \frac{25\,\%}{100\,\%} \rightarrow x = 40$$

რა რიცხვის 25%(***p***)-ია 40(***x***)?

$$b = \frac{x}{p\%} \cdot 100\,\% \rightarrow b = \frac{40}{25} \cdot 100\,\% \rightarrow b = 160$$

60(***b***)-ის რამდენი პროცენტია 40(***x***)?

$$p = \frac{x}{b} \cdot 100\,\% \rightarrow p\% = \frac{40}{160} \cdot 100\,\% \rightarrow p = 25$$

პროცენტის პოვნა ბაზისისა და ნაწილის საშუალებით

b ბაზისიდან x ნაწილის ***p* პროცენტის** გამოსათვლელად x ნაწილი უნდა გავყოთ b ბაზისზე და შედეგი გავამრავლოთ 100-ზე:

$$p\% = \frac{x}{b}100\ \%$$

ნაწილის პოვნა ბაზისისა და პროცენტის საშუალებით

თუ ცნობილია p პროცენტი და b ბაზისი და გვსურს გავიგოთ ***x* ნაწილი**, მაშინ p-ს ვყოფთ 100-ზე და ვამრავლებთ b -ზე:

$$x = \frac{p}{100}b$$

ბაზისის გამოთვლა ნაწილითა და პროცენტით

უცნობი ***b* ბაზისის** გასაგებად x ნაწილი უნდა გავყოთ p პროცენტზე და გავამრავლოთ 100-ზე:

$$b = \frac{x}{p}100$$

ბაზისის გაზრდა (შემცირება) და ზრდის (კლების) კოეფიციენტი

***b* ბაზისი** შეიძლება გაიზარდოს ან შემცირდეს p%-ით. შედეგი k ასე შეიძლება გამოვსახოთ.

$$b \cdot p\% = k \quad \rightarrow \quad b \pm k$$

შეგვიძლია ორივე მოქმედება ერთად შევასრულოთ:

$$b \pm b \cdot p\% = b \cdot (1 \pm p\%) = b \cdot \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)$$

ე. ი. ბაზისი უნდა გავამრავლოთ ზრდის **(კლების) კოეფიციენტზე (*f*)**.

$$f = 1 \pm p\% = 1 \pm \frac{p}{100}$$

ნაწილის საშუალებით ბაზისის პოვნა

r ნაწილის საშუალებით ***b* ბაზისის** გამოთვლისათვის ნაწილი უნდა გავყოთ გაზრდილ კოეფიციენტზე:

$$b = \frac{r}{(1 + p\%)} = \frac{r}{f}$$

მრავალჯერადი პროცენტები

თუ მიმდევრობით ვითვლით მრავალჯერად პროცენტებს, მაშინ ჩვენ უნდა მოვახდინოთ მათი ზრდადობის (კლებადობის) კოეფიციენტების **გადამრავლება.** თუ თავიდან ხდებოდა ცვლილება (1±p%), ხოლო შემდეგ კი იცვლებოდა (1±p%), მაშინ საერთო ცვლილება ტოლია:

$$(1 \pm p\%)(1 \pm q\%)$$

მაგალითები

1. ორი წლის წინ გერმანიაში დღგ-ს გადასახადი გაიზარდა 16%-დან 19%-მდე. გაზრდამდე მაცივრის ფასი 500 ევროს შეადგენდა. რა ღირს მაცივარი დღგ-ს გაზრდის შემდეგ?

შეგვეძლო გვეფიქრა, რომ პროცენტებს შორის განსხვავება 3%-ია და ახალი ფასი იქნებოდა:

$$500 + 500 \cdot 3\% = 515 \text{ ევრო.}$$

მაგრამ ეს შეცდომა იქნებოდა. სწორი ამოხსნისათვის გამოთვლები ორ ეტაპად უნდა გავყოთ:

ეტაპი 1: ორი წლის წინ სუფთა ფასი (დღგ-ს გარეშე) შეადგენდა:

$$n = \frac{500}{1.16} = 431.03 \text{ ევრო}$$

ეტაპი 2: დღგ-ს 19% ერიცხება სუფთა (ბაზისი) ფასს:

$$g = 431.03 \cdot (1 + 0.19) = 512.93 \text{ ევრო}$$

დააკვირდით განსხვავებას თავდაპირველ არასწორ და ბოლო სწორ ვარიანტებს შორის განსხვავებას.

იგივე ამოცანა ამოგვეხსნათ მრავალჯერადი პროცენტით:

ცვლილების საერთო კოეფიციენტია:

$$t = \frac{1 + 19\%}{1 + 16\%} = \frac{1.19}{1.16} = 1.0259$$

ახალი ფასი მიიღება ძველი ფასის საერთო კოეფიციენტზე გამრავლებით:

$$g = 500 \cdot t = 500 \cdot 1.0259 = 512.93 \text{ ევრო.}$$

2. თავდაპირველად წყვილი ფეხსაცმელი 100 ევრო ღირდა. შემდეგ ის 20% პროცენტით ჩამოაფასეს. განსაკუთრებული შემოთავაზებით თქვენ შეგიძლიათ დამატებით 5%-იანი ფასდაკლებით ისარგებლოთ. რამდენის გადახდა მოგიწევთ?

პირველი რეაქცია იქნებოდა 20%-ისათვის 5% მიგვემატებინა და გვეფიქრა, რომ ფასდაკლება 25%-ს შადგენდა და მაშინ გადასახდელი გვექნებოდა 75 ევრო.

მაგრამ აქაც იცვლება ბაზისი, ამიტომ **ეს გამოთვლა არ არის სწორი**.

ეტაპი 1: ფასდაკლების შემდეგ მიღებული ღირებულება:

$$100 - 100 \cdot 20\% = 100 \cdot (1-0.2) = 100 \cdot 0.8 = 80 \text{ ევრო}$$

ეტაპი 2: განსაკუთრებული შემოთავაზება:

$$80 \cdot (1-0.05) = 80 \cdot 0.95 = 76 \text{ ევრო}$$

ამ შემთხვევაშიც სწორი პასუხი განსხვავდება ნაადრევად გამოთქმული ვარაუდისაგან.

იგივე ამოცანა ამოგვეხსნათ მრავალჯერადი პროცენტით:

საერთო ფასდაკლება შეადგენს:

$$r = (1-0.2) \cdot (1-0.05) = 0.8 \cdot 0.95 = 0.76$$

ამიტომ საბოლოო ფასი იქნება:

$$s = 100 \cdot 0.76 = 76 \text{ ევრო.}$$

ყურადღება მიაქციეთ, რომ კოეფიციენტის ცვლილების მიმდევრობას საბოლოო შედეგისათვის მნიშვნელობა არაა აქვს.

განტოლებები

ტოლობას, რომელიც ცვლადს შეიცავს, განტოლება ეწოდება.

$$a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot x + a_0 = 0$$

ეს პოლინომური განტოლებაა.

$$a_1 \cdot x + a_0 = 0$$

უმარტივესი პოლინომური განტოლება 1 ხარისხის განტოლებაა, რომელსაც წრფივ განტოლებას უწოდებენ.

განტოლებების თვისებები

1. შესაკრები შეიძლება გადავიტანოთ ტოლობის ერთი ნაწილიდან მეორეში, ოღონდ ნიშანი უნდა შევუცვალოთ. ამასთან მიიღება საწყისი განტოლების ტოლფასი განტოლება.
2. განტოლების ორივე მხარე შეიძლება გავამრავლოთ ან გავყოთ ნულისაგან განსხვავებულ ერთსა და იმავე რიცხვზე. მიიღება საწყისის ტოლფასი განტოლება.

   ამოვხსნათ განტოლება - ნიშნავს ვიპოვოთ მისი ფესვი, ან დავადგინოთ რომ მას არა აქვს ფესვები.

იგივეობა

$$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y)$$

$$(x + y)^2 = x_2 + 2xy + y^2$$

- ექვივალენტური განტოლებები

$2x + 3 = 7$ და $2x = 4$

$2(x + 3) = 30$ და $2x = 24$

- არაექვივალენტური განტოლებები

$x^2 + 2x = 0$ და $x + 2 = 0$

$(x - 2)^2 = 4$ და $x - 4 = 0$

წრფივი განტოლება

$ax + b = 0$ სახის განტოლებას პირველი ხარისხის (წრფივი) განტოლება ეწოდება. წრფივი განტოლება ეწოდება იმ განტოლებებსაც, რომელის ზემოთ მოცემულ სახეზე შეიძლება გავიყვანოთ.

განტოლების ამონახსნია: $x = -\dfrac{b}{a}$

ამოხსენით განტოლებები

1. $7 - 2x = 9 - 3x$

2. $11x = 6 + 5(2x - 1)$

3. $6(2x-3)-3x=2x-4$

4. $4(3x+5)-5(4x-3)=3$

ამოხსენით განტოლება:

$9x = 72$; $-4x = 3{,}2$;

$\frac{1}{5}x = \frac{2}{9}$; $2x = -\frac{3}{7}$;

$-300x = 0$; $0x = 0$;

$0x = 12$; $10x = 3{,}7$;

$0{,}01x = 0{,}654$; $50x = 0$;

$0x = -0{,}02$; $-8x = -48$.

$2 - 3(x + 2) = 5 - 2x$

$4x - 5{,}5 = 5x - 3(2x - 1{,}5)$

$\frac{x}{3} + \frac{x}{12} = \frac{15}{4}$

$\frac{x+9}{3} - \frac{x}{5} = 1$

1) $5x = 150$;
2) $6x = -54$;
3) $-0{,}7x = 343$;
4) $-\frac{1}{2}x = -\frac{1}{4}$;
5) $7x - 9 = 40$;
6) $1{,}4x - 0{,}4 = 8$;
7) $9 + 13x = 35 + 26x$;
8) $\frac{7}{9}x + 3 = \frac{2}{3}x + 5$;
9) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

1) $(5x - 3) + (7x - 4) = 8 - (15 - 11x)$;
2) $(7 - 10x) - (8 - 8x) + (10x + 6) = -8$;
3) $\frac{3}{4}y - \left(\frac{5}{6}y - 1{,}25\right) = 0{,}55$;
4) $3(x - 1) - 2(3 - 7x) = 2(x - 2)$;
5) $10(1 - 2x) = 5(2x - 3) - 3(11x - 5)$;
6) $12x^2 - (4x - 3)(3x + 1) = -2$;
7) $(3x + 5)(4x - 1) = (6x - 3)(2x + 7)$;

ამოცანების ამოხსნის გეგმა

1. ამოცანის ანალიზი

   ტექსტის ყურადღებით წაკითხვა, მოცემული ინფორმაციის აღნიშვნა

2. უცნობი სიდიდის იდენტიფიცირება და განსაზღვრა.
   ძირითადად ეს ამოცანის კითხვაში აღნიშნული სიდეიდეა.

3. მათემატიკური მოდელის შექმნა

4. მათემატიკური პრობლემის გადაჭრა

ამოცანა ერთდროულ მუშაობაზე

ავზი ივსება ორი A და B ონკანის საშუალე-ბით. ცნობილია, რომ მარტო A ონკანი რომ გავხსნათ ავზი აივსება 8 საათში, ორივე ონკანი რომ გავხსნათ ავზი 2 საათში აივსება. რამდენ საათში აივსება ავზი მარტო B ონკანის დახმა-რებით?

1 საათში – A ონკანი – $\frac{1}{8}$

1საათში – B ონკანი – $\frac{1}{x}$

1 საათში – A + B ონკანი – $\frac{1}{2}$

შევადგინოთ განტოლება

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{8}$$

დასკვნა

თუ :

B ონკანი – 1 საათში – $\frac{3}{8}$ აუზი

მაშინ:

B ონკანი – $\frac{8}{3}$ საათში – 1 აუზი

პასუხი: 2 საათი და 40 წუთი

რამდენი წლის არიან ჯეკი და ჯილი?

მომავალ წელს ჯეკი სამჯერ უფროსი იქნება იმაზე, რა ასაკისაც ჯილი ორი წლის წინ იყო, ხოლო ოთხი წლის შემდეგ ჯილი იქნება ორჯერ უმცროსი, ვიდრე ჯეკი სამი წლის წინ იყო.

რამდენი წლის არიან ჯეკი და ჯილი?

რა არის დასავლეთის ქარის სიჩქარე ატლანტის ოკეანეზე?

ფრანკფურტიდან ნიუ-იორკამდე (დაახლ. 5 000 მილი) ფრენის დროზე გავლენას ახდენს უწყვეტი დასავლეთის ქარი, რის გამოც თვითმფრინავი ერთი მიმართულებით ფრენას 20%-ით მეტ დროს უნდება, ვიდრე უკან დაბრუნებას.

რა არის ქარის საშუალო სიჩქარე 36 000 ფუტის სიმაღლეზე ჩრდილო ატლანტიკის ოკეანის თავზე ფრენისას, თუ მიწასთან ახლოს უქარო ამინდში თვითმფრინავის სიჩქარე 890 კმ/სთ-ია?